

Bioinformatyka. Analiza matematyczna. Lista o całkach oznaczonych

Zad.1. Oblicz całki oznaczone

$$\int_2^0 e^{-x} dx \quad \int_1^2 x^2 \ln(x) dx \quad \int_{\pi/6}^{\pi/3} x \cos(x) dx \quad \int_0^2 x \sqrt{3x^2 + 2} dx \quad \int_0^1 \frac{x dx}{1 + x^2}$$

Zad.2. Oblicz pole obszaru ograniczonego liniami

a) $y(x) = x^2 - 4x + 4$, $y(x) = x + 1$

b) $y(x) = \sin(x)$, $y(x) = \cos(x)$

c) $y(x) = \cosh(x)$, $y(x) = 2$

d) $y(x) = 5 - x^2$, $y(x) = x - 1$

e) $y(x) = 4/x$, $y(x) = 5 - x$

Zad.3. Oblicz długość łuku krzywej

a) $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$, $0 < x < 0.5$

b) $f(x) = 2\sqrt[3]{x^2}$, $1 < x < 2$

Zad.4. Oblicz objętość bryły powstałej przez obrót dookoła osi OX linii

a) $y(x) = x^2$, $x=0$, $x=2$

b) $y(x) = e^{-x}$, $x > 0$

c) elipsy

d) linii łańcuchowej (dookoła osi OX, a także OY), $0 < x < 1$

Zad.5. Oblicz pole powierzchni bocznej bryły powstałej przez obrót dookoła osi OX linii

a) $y(x) = x^3$, $x=0$, $x=2$

b) $y(x) = \sqrt{1 - x^2}$, $x=0$, $x=1$

Zad.6. Wyprowadź wzór na pole powierzchni stożka.

Zad.7. Oblicz całki niewłaściwe

$$\int_0^1 \frac{dx}{1 - x} \quad \int_{-2}^4 \frac{dx}{x^2} \quad \int_0^{\infty} x \exp(-x^2) dx \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{4 + x^2}$$

Zad.8. Zakładamy, że tygodniowa suma opadów w ciągu roku wyraża się wzorem

$$f(t) = \begin{cases} 16 \sin\left(\frac{\pi}{26}t\right) + 4 & t \leq 26 \\ 24 \sin\left(\frac{\pi}{26}(t - 26)\right) + 4 & t > 26 \end{cases}$$

gdzie t oznacza numer tygodnia.

Oblicz: wielkość rocznego opadu,

średni opad tygodniowy I i II półrocza,

średni opad lipca i lutego

Zad.9. Znajdź najlepsze przybliżenie krzywej podanej w podpunktach a) – b) funkcją liniową $y(x)=ax$, $0 < x < 1$

a) $f(x)=x^2$ b) $f(x) = \sqrt{x}$

Wsk. Zminimalizuj błąd całkowity $\delta(a) = \int_0^1 (f(x) - y(x))^2 dx$ tzn. wylicz dla jakiego a ten błąd jest najmniejszy.

Zad.10. Kroplówka podaje pacjentowi lekarstwo ze zmiennym w czasie natężeniem według wzoru

$$c(t) = 10 \left[1 - \left(\frac{t}{60} \right)^2 \right]^3 \quad [mg/min]$$

Naszkiuj wykres tej funkcji. Ile lekarstwa otrzymał pacjent w ciągu godziny? A ile w ciągu pierwszych 10 minut?

Zad.11. Biegacz biegnie ze zmienną w czasie prędkością według wzoru $v(t)=10e^{-0.01t}$ [m/s]. Jaką drogę przebędzie w czasie 10 s? W jakim czasie przebiegnie 100 m?

Zad.12. Przez pierwszą godzinę wyścigu kolarz jedzie pod górę ze zmienną prędkością $v(t)=40e^{-0.1t}$ [km/h], a następnie przez dwie godziny zjeżdża w dół z prędkością $v(t)=30e^{0.1t}$ [km/h]. Jaką drogę przebył podczas wyścigu? Jaka była średnia prędkość podczas całego wyścigu, a jaka pomiędzy 1 a 3 godziną?

M. Chalfen