

Bioinformatyka. Analiza matematyczna. Lista o równaniach różniczkowych (1)

Zad.1. Metodą separacji zmiennych rozwiąż równanie różniczkowe z warunkiem brzegowym

- a) $yy' = 1$, $y(1) = 1$ b) $xy' = 1$, $y(1) = e$ c) $x^2 y' = y^2$, $y(3) = 5$ d) $-y^2 + y' = 1$, $y(0) = 0$
b) $y' = y(1-y)$, $y(0) = 10$ g) $y' = y(1+y)$, $y(0) = 10$

Zad.2. Wrząca woda (100 C) stygnie w pomieszczeniu o temperaturze 0 C. Po 10 min temperatura spada do 80 C. Po ilu minutach temperatura spadnie do 60 C? Jaka będzie temperatura po 1 godzinie? Rozważ dwa przypadki:

- a) prędkość spadku temperatury jest proporcjonalna do różnicy temperatury ciała i otoczenia.
b) prędkość spadku temperatury jest proporcjonalna do kwadratu różnicy temperatury ciała i otoczenia.

Porównaj otrzymane wyniki w obu wariantach.

Zad.3. Obserwując proces stygnięcia ciała zanotowano, że w chwili początkowej temperatura wyniosła 100 C, po 10 min 60 C, a po 20 min spadła do 20 C. Czy to możliwe?

Zad.4*. Obserwując proces stygnięcia ciała zanotowano, że w chwili początkowej temperatura ciała wyniosła 100 C, po 10 min 80 C, a po 20 min spadła do 70 C. Jaka jest temperatura otoczenia?

Zad.5. Masz 100 g izotopu promieniotwórczego o czasie połowicznego rozpadu 1 rok. Jaka będzie masa izotopu po 2 miesiącach? Po jakim czasie masa spadnie do 10 g?

Zad.6. Masz 1 kg materiału radioaktywnego o czasie połowicznego rozpadu równym 100 dni. Po miesiącu stwierdzasz, że masa pierwiastka spadła do 700 g. Czy to możliwe? Ile pierwiastka powinno być?

Zad.7. Zakładamy, że prędkość wzrostu liczebności populacji wilków jest proporcjonalna do liczebności populacji (model Malthusa). W chwili początkowej żyło 10 wilków, po 10 latach populacja zwiększyła się do 50 osobników.

- a) kiedy populacja zwiększy się do 100 osobników?
b) jaka będzie liczebność populacji po 20 latach?

Zad.8. Zakładamy, że prędkość wzrostu liczebności populacji jest proporcjonalna do liczebności populacji i do „ilości wolnego miejsca” (model Verhulsta). Na zadanym terenie może żyć maksymalnie 200 wilków. W chwili początkowej żyło 10 wilków, po 10 latach populacja zwiększyła się do 50 osobników.

- a) kiedy populacja zwiększy się do 100 osobników?
b) jaka będzie liczebność populacji po 20 latach?
c) porównaj wyniki z zadaniem 7.

Zad.9*. Krzywa $y=y(x)$ leży w I ćwiartce układu współrzędnych i przechodzi przez punkt $S(0,0)$. W dowolnym punkcie tej krzywej rysujemy odcinki prostopadłe do osi OX i OY. Odcinki te wraz z osiami OX i OY tworzą prostokąt, który wykres funkcji dzieli na dwie części. Pole części leżącej pod krzywą jest dwa razy mniejsze, niż pole nad krzywą. Znajdź równanie tej linii.