

## Bioinformatyka. Analiza matematyczna. Lista z rachunku różniczkowego funkcji dwóch zmiennych

Zad.1. Wyznacz dziedzinę funkcji:

$$f(x, y) = \sqrt{y - x^2 + 1} \quad f(x, y) = \ln(x^2 + 2y^2 - 8)$$

Zad.2. Oblicz pochodne cząstkowe I i II rzędu. Oblicz gradient i laplasjan dla P(1,2)

$$f(x, y) = \frac{x}{x + y} \quad f(x, y) = e^{2x+xy} \quad f(x, y) = \sin(x) \cos(y)$$

Zad.3. W kanale o przekroju prostokątnym o szerokości  $a=500\pm 5$  cm i napełnieniu  $h=125\pm 10$  cm płynie woda z prędkością  $v=120\pm 10$  cm/s. Oblicz natężenie przepływu. Oszacuj błąd względny.

Zad.4\* W kanale o przekroju trapezowym o podstawach  $a=150\pm 5$  cm,  $b=300\pm 5$  cm i napełnieniu  $h=125\pm 10$  cm płynie woda z prędkością  $v=120\pm 10$  cm/s. Oblicz natężenie przepływu. Oszacuj błąd względny.

Zad.5. Znajdź ekstrema lokalne funkcji

a)  $f(x, y) = xy - x^2 + 3x - y^2 - y$

b)  $f(x, y) = e^{(x+y)}(x^2 + y^2)$

Zad.6. Znajdź najmniejszą i największą wartość funkcji

a)  $f(x, y) = x^2 + y^2$  w prostokącie  $[-1, 1] \times [-2, 2]$

b)  $f(x, y) = x^2 + 2xy + 2y^2$  w prostokącie  $[0, 1] \times [0, 2]$

c)  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 12x + 16y$  w kole  $x^2 + y^2 \leq 25$

Zad.7. Niech A(1,1), B(3,0), C(0,0). Znajdź punkt P(x,y) leżący najbliżej wierzchołków ABC (tzn. suma kwadratów odległości punktu P od wierzchołków A, B i C jest najmniejsza).

Zad.8. Określ wymiary prostopadłościanu o zadanej objętości V, który ma najmniejsze pole powierzchni.

Zad.9. Znajdź prostą  $y=ax+b$  najlepiej przybliżającą funkcję:

a)  $y(x) = e^x$  dla  $0 < x < 1$ .

b)  $y(x) = \sqrt{x}$  dla  $0 < x < 1$

Wsk: Zminimalizuj błąd całkowity.

$$\delta(a, b) = \int_0^1 (y(x) - (ax + b))^2 dx$$